

УДК 621.77:621.762

С. И. ПАРШАКОВ, Ю. Н. ЛОГИНОВ
(Уральский политехнический институт)

Исследование осесимметричной деформации заготовки сложной формы из некомпактного материала

Для решения полной системы дифференциальных уравнений теории пластичности необходимо наличие физических уравнений связи напряжений и деформаций, граничных и начальных условий. Для анализа напряженно-деформированного состояния некомпактного материала методика получения физических уравнений и граничных условий описана в работах [1, 2].

Физические уравнения сформулированы в виде связей первых инвариантов тензоров и вторых инвариантов девиаторов напряжений и скоростей деформации (приращений деформаций). В качестве определяющих параметров в эти зависимости введены также степень сдвиговой деформации Λ , степень объемной деформации ε и исходная плотность материала ρ_0 :

$$T = T(H, \Lambda, \varepsilon, \rho_0); \sigma = \sigma(\xi, \Lambda, \varepsilon, \rho_0). \quad (1)$$

Граничные условия трения включили в себя зависимости касательных контактных напряжений τ от нормального давления p и плотности материала ρ

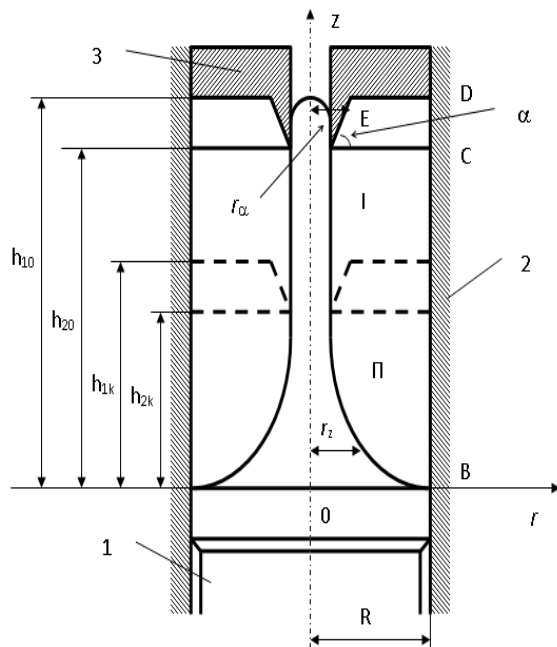
$$\tau = \tau(p, \rho). \quad (2)$$

Путем некоторых преобразований и допущений зависимость (2) удалось выразить через элементы только деформированного состояния

$$\tau = \tau(\rho_0, \varepsilon), \quad (3)$$

С помощью построенного таким образом математического аппарата был решен ряд краевых задач теории обработки давлением сжимаемых сред с привлечением разрывных методов теории пластичности [3, 4].

В настоящей работе описан алгоритм решения задачи осесимметричной деформации заготовки сложной формы на примере прессования детали типа «заготовка волокни», изготавливаемой из порошка твердого сплава. Схема деформации приведена на рис. 1. Нижний пуансон 1 и матрица 2 неподвижны; прессование осуществляется верхним пуансоном, перемещающимся со скоростью v . В дальнейшем все компоненты скорости представлены в безразмерном виде, т. е. отнесены к величине v .



Р и с. 1. Схема деформации заготовки волокни.

Очаг деформации разобьем на две зоны I и II, на границе зон CF допустим разрыв касательной составляющей скорости. На поверхностях BF , BC , CD , DE , EF действуют силы трения скольжения.

Для решения поставленной задачи используем принцип возможных изменений деформированного состояния. В соответствии со схемой деформации запишем граничные условия в скоростях в безразмерном виде

$$\begin{aligned} v_z^I|_{z=h_1} &= -1; & v_r^I|_{r=r_\alpha} &= \left(1 - v_z^I|_{r=r_\alpha}\right) \cdot \operatorname{ctg} \alpha. \\ v_r^I|_{r=R} &= v_r^{II}|_{r=R} = 0; & v_z^{II}|_{z=h_2} &= v_z^I|_{z=h_2}; & v_r^{II} &= v_z^{II}|_{r=r_z} \cdot \frac{dr_z}{dz} \end{aligned} \quad (4)$$

и начальные условия для плотности и размера

$$\rho|_{t=0} = \rho_0; \quad h_1|_{t=0} = h_{10}.$$

Поле скоростей, удовлетворяющее граничным условиям (4), в зонах I и II запишем согласно методу Ритца в виде отрезков рядов

$$v_z^I = a_{11} \left(1 - \frac{z}{h_1}\right) \frac{r}{R} - \frac{z}{h_1};$$

$$\begin{aligned}
v_r^I &= \left[1 + a_{11} \left(1 - \frac{z}{h_1} \right) \frac{r_\alpha}{R} - \frac{z}{h_1} \right] \cdot \frac{r-R}{r_\alpha - R} \operatorname{ctg} \alpha + a_{21} \left(1 - \frac{r}{R} \right) \times \\
&\quad \times \left(1 - \frac{r}{r_\alpha} \right); \\
v_z^{\text{II}} &= z \left[a_{11} \frac{r}{R} \left(\frac{1}{h_2} - \frac{1}{h_1} \right) + \frac{a_{31}}{h_2} \left(1 - \frac{z^2}{h_2^2} \right) - \frac{1}{h_1} \right]; \\
v_r^{\text{II}} &= z \left[a_{11} \frac{r_z}{R} \left(\frac{1}{h_2} - \frac{1}{h_1} \right) + \frac{a_{31}}{h_2} \left(1 - \frac{z^2}{h_2^2} \right) - \frac{1}{h_1} \right] \cdot \frac{dr_z}{dz} \frac{r-R}{r_z - R} + a_{41} \left(1 - \frac{r}{R} \right) \left(1 - \frac{r}{r_z} \right),
\end{aligned} \tag{6}$$

где a_{11} , a_{21} , a_{31} , a_{41} — варьируемые параметры.

Связь между напряжениями и деформациями, а также условия трения задали в виде уравнений, полученных в работах [1, 2]. Тогда функционал принципа возможных изменений деформированного состояния для течения сжимаемой среды запишется в виде

$$\begin{aligned}
I &= I^I + I^{\text{II}} + I^{CF} + I^{BF} + I^{BC} + I^{CD} + I^{DE} + I^{EF}; \\
I^I &= 2\pi \int_{h_2 r_\alpha}^{h_1 R} \int \left(T^I H^I + \sigma^I \xi^I \right) r dr dz; \\
I^{\text{II}} &= 2\pi \int_0^{h_2 R} \int_{r_z} \left(T^{\text{II}} H^{\text{II}} + \sigma^{\text{II}} \xi^{\text{II}} \right) r dr dz; \\
I^{CF} &= 2\pi \int_{r_z|_{z=h_2}}^R T^{CF} \left(v_r^{\text{II}}|_{z=h_2} - v_r^I|_{z=h_2} \right) r dr; \\
I^{BF} &= 2\pi \int_0^{h_2} \tau^{BF} v_z^{\text{II}}|_{r=r_z} r_z dz; \\
I^{BC} &= 2\pi R \int_0^{h_2} \tau^{BC} v_z^{\text{II}}|_{r=R} dz; \\
I^{CD} &= 2\pi R \int_{h_2}^{h_1} \tau^{CD} v_z^I|_{r=R} dz; \\
I^{ED} &= 2\pi \int_{r_z|_{z=h_2} + (h_3-h_2)\operatorname{ctg}\alpha}^R \tau^{ED} v_r^I|_{z=h_1} r dr; \\
I^{EF} &= 2\pi \int_{h_2}^{h_1} \tau^{EF} v_z^I|_{r=r_\alpha} r_\alpha dz,
\end{aligned} \tag{7}$$

где T и σ — соответственно интенсивность касательных напряжений и гидростатическое давление, не варьируемые в решении задачи; H и ξ — соответственно интенсивность скорости деформации сдвига и скорость изменения объема; τ — касательные контактные напряжения.

Компоненты тензора скоростей деформации, необходимые для расчета H и ξ связаны со скоростями перемещений дифференциальными соотношениями Коши.

Процесс деформации представили в виде ряда последовательных ступеней, внутри каждой из которых предполагалось постоянство физико-механических свойств деформируемой среды во времени. Последовательность решения задачи приведена на схеме.

Интегрирование выражений, входящих в состав функционала (7), производили методом Гаусса. Для каждой ступени прессования физико-механические свойства задавали в виде массива величин, соответствующих узлам гауссовой координатной сетки. Минимизацию функционала осуществляли усовершенствованным симплексным методом Нелдера — Мида [5]. В конце каждой ступени при значениях варьируемых параметров, сообщающих минимум функционалу, определяли усилие прессования, действительное поле скоростей по формулам (6) и поле перемещений

$$\Delta r^i = v_r^i \Delta h; \quad \Delta z^i = v_z^i \Delta h; \quad (8)$$

где Δh - обжатие за ступень; v_r^i, v_z^i ($i = I, II$) — компоненты действительного поля скоростей перемещений.

По действительному полю скоростей деформаций, определяемому из соотношений Коши, рассчитывали скорость объемного изменения ξ , приращение степени объемной деформации $\Delta \varepsilon$ и абсолютное значение ε по формулам

$$\Delta \varepsilon_j = \xi_j \Delta h; \quad \varepsilon_j = \varepsilon_{j-1} + \Delta \varepsilon_j, \quad (9)$$

где $j = 1, 2, \dots, n$ — номер ступени деформации.

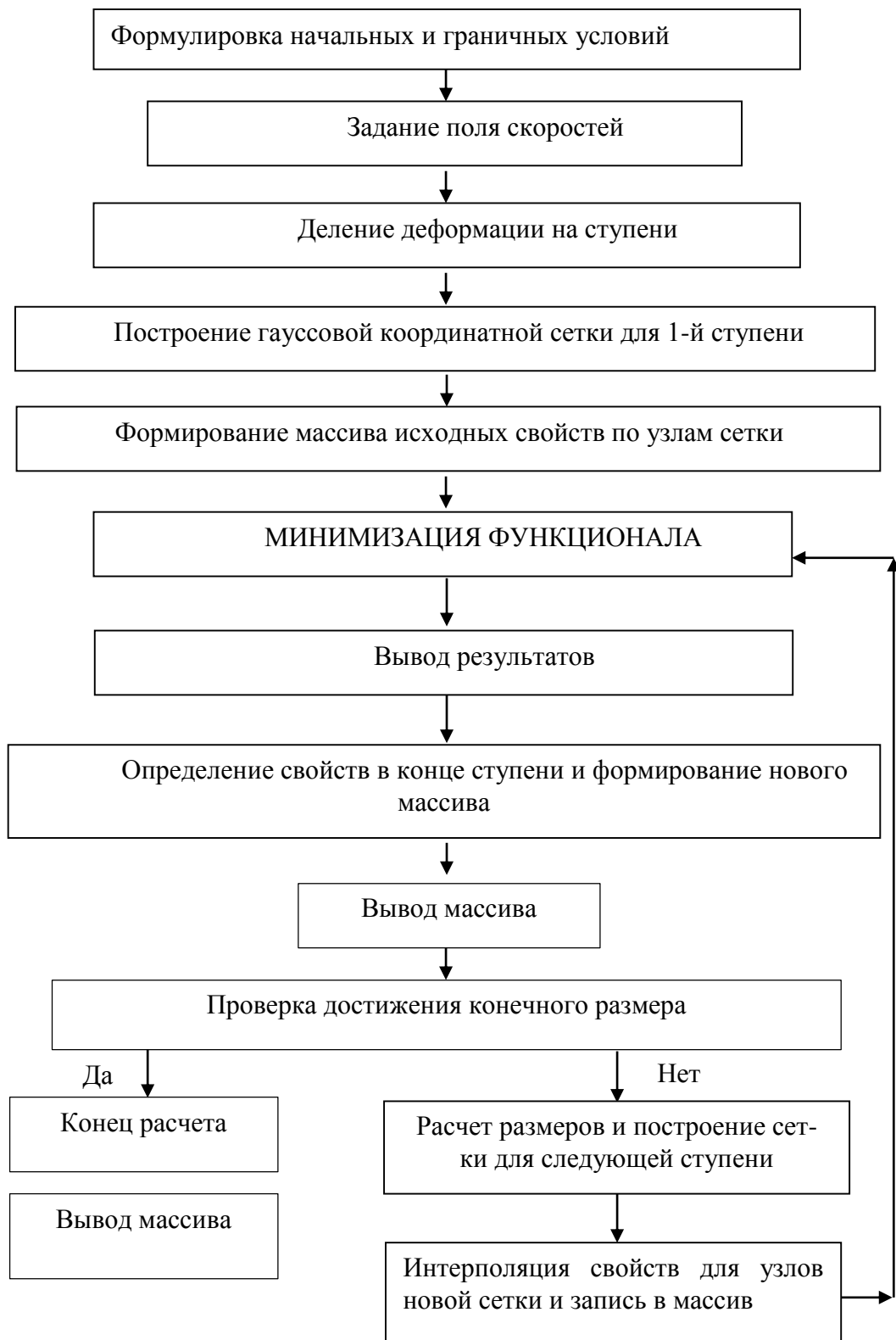
Из соотношения между плотностью и степенью деформации объема, вытекающим из уравнения неразрывности или сохранения массы,

$$\rho_j = \rho_0 \exp \varepsilon_j \quad (10)$$

находили текущую плотность деформируемого материала в узлах гауссовой сетки координат. После этого рассчитывали размеры заготовки для следующей ступени прессования и строили новую систему координат. Поскольку узлы новой сетки координат не совпадали с узлами старой сетки на предыдущей ступени, значения плотности в узлах новой сетки определяли интерполированием и записывали в массив, после чего повторяли весь расчет (см. схему).

В результате расчета получено распределение плотности по сечению заготовки. На рис. 2 изображено диаметрально сечение заготовки, на котором проведены линии, соединяющие точки с одинаковой плотностью. Проведенные эксперименты по определению

Алгоритм решения задачи

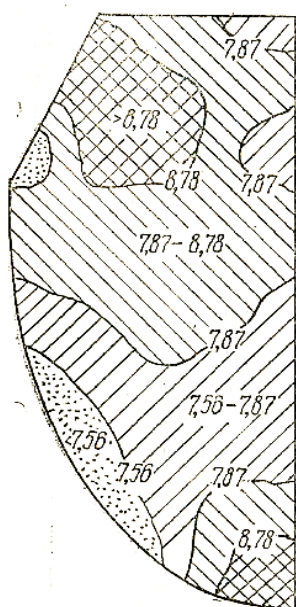


Р и с. 2. Укрупненный алгоритм решения задачи

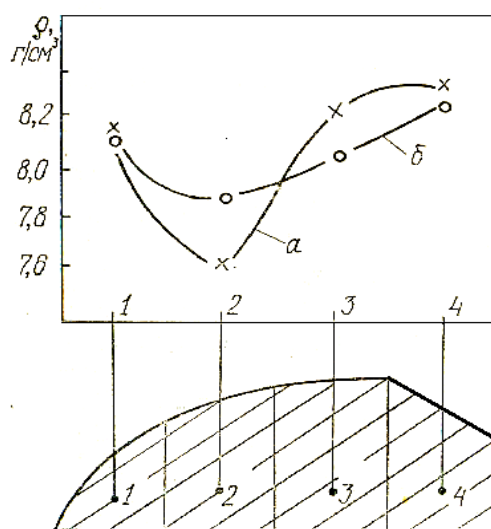
усилия деформации заготовки волокни из твердого сплава ВК8 (см. таблицу) и опыты по определению плотности образцов, вырезанных из различных мест заготовки (рис. 3), показали удовлетворительную сходимость результатов.

Сравнение опытных и расчетных усилий прессования

Усилие прессования, Н		h_1 , мм	$\frac{P_p - P_{оп}}{P_{оп}} \times 100$
опытное $P_{оп}$	расчетное P_p		
0	0	44,00	0
600	610	28,95	5
2200	2110	26,80	4
8000	6880	24,65	14
28000	21750	22,50	26



Р и с. 2. Распределение плотности по сечению заготовки.



Р и с. 3. Распределение плотности по высоте заготовки:
а — расчетное, б — опытное.

Из анализа деформированного состояния видно, что наиболее ответственные участки заготовки волокни — входная распушка и калибрующий пояс — прилегают к зонам пониженной плотности. В технологию изготовления деталей типа «заготовка волокни» предложено внести изменения с целью выравнивания плотности по всему объему заготовки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гун Г. Я., Полухин П. И., Фролов Л. А. К методике определения реологических свойств пористых материалов, — Изв. вузов. Черная металлургия, 1976, № 3.

2. **Логинов Ю. Н.** Уравнения связи напряжений и деформаций и условия трения для порошков твердых сплавов.—В кн.: Обработка металлов давлением.—Свердловск, 1978 (Межвузовский сборник, вып. 5).
3. **Дегтярев И. С., Колмогоров В. Л., Логинов Ю. Н.** Осадка пористой полосы в условиях предельного трения.—Изв. вузов. Машиностроение, 1975, № 6
4. **Дегтярев И. С., Логинов Ю. Н., Колмогоров В. Л.** Прессование некомпактного материала через коническую матрицу.—Бюл. ВИЛС. Технология легких сплавов, 1975, № 6.
5. **Химмельблау Д.** Анализ процессов статистическими методами/Пер с англ. Под ред. В. Г. Горского.—М., 1973.

УДК 621.77:621.762

Исследование осесимметричной деформации заготовки сложной формы из некомпактного материала. Паршаков С. И., Логинов Ю. Н. Обработка металлов давлением. Вып. 7. Межвузовский сборник. Свердловск изд. УПИ им. С. М. Кирова, 1980, с. 127.

На примере задачи прессования заготовки волокна из порошка твердого сплава рассмотрен алгоритм решения краевой задачи деформации заготовки сложной формы из некомпактного материала. Рис. 4. Табл. I. Библ. 5 назв.